Е.Г. Драгалина-Чёрная

Границы логики: онтологический поворот*

Характеристика логики как науки «вполне законченной и завершенной», полностью определившей свои границы еще во времена Аристотеля, была дана, как известно, Кантом в предисловии ко второму изданию «Критики чистого разума». «Границы же логики, – писал Кант, – точно определяются тем, что она есть наука, обстоятельно излагающая и строго доказывающая одни только формальные правила всякого мышления (безразлично, априорное оно или эмпирическое, безразлично, каковы его происхождение и предмет и встречает ли оно случайные или естественные препятствия в нашем духовном мире)» [Кант 1994, 19].

Революцией в современной логике стало преодоление идеи её уникальности и универсальности. Многообразие логических систем требует новых подходов к давно и удачно решенной, по мнению Канта, проблеме границ логики. Современные критерии демаркации границ логики, дистанцировавшейся от изучения каких-либо «правил мышления», носят преимущественно онтологический характер. Так, в соответствии с критерием онтологической нейтральности, восходящим к работам Куайна 1950-х гг., логика не должна допускать существования каких-либо абстрактных сущностей. Согласно критерию инвариантности, сформулированному

* Индивидуальный исследовательский проект № 08-01-0016 «Семантика девиантной квантификации: теоретико-игровой и теоретико-модельный подходы» выполнен при поддержке Научного Фонда ГУ-ВШЭ.

в совместных работах Линденбаума и Тарского 1930-х гг. и подтвержденному Тарским через тридцать лет в его знаменитой лекции 1966 г. «Что такое логические понятия?», логическими признаются лишь свойства и отношения, инвариантные относительно изоморфных преобразований универсума. Последнее означает, что логика характеризует лишь те свойства модели, которые не зависят от её неструктурных модификаций. И критерий онтологической нейтральности, и критерий инвариантности – классические принципы демаркации логического и нелогического, по-разному уточняющие фундаментальную интуицию относительно онтологической природы логики: *логика есть теория, имеющая дело с формальными аспектами реальности*. Теория обобщенной квантификации, остающаяся до сих пор преимущественно прикладной и в силу этого маргинальной областью логики, открывает, на мой взгляд, принципиально новые возможности точной экспликации этой фундаментальной онтологической интуиции.

«*Быть – значит быть значением квантифицируемой переменной*» – канонический критерий Куайна, ставший максимой не только современной логики, но и всей аналитической философии. В связи с различными обобщениями стандартных кванторов возникает методологически важный вопрос – сохраняет ли силу критерий Куайна для обобщенных кванторов? Теория обобщенной квантификации придает, таким образом, новую форму двум классическим проблемам – как вопросу об онтологической природе квантификации: «Каковы онтологические границы обобщения стандартных кванторов?», так и вопросу о спецификации онтологических критериев логического: «Каковы онтологические критерии демаркации границ логики?».

Вообще говоря, принципы демаркации границ логического и нелогического могут носить теоретико-доказательственный характер. Однако, как показали уже работы Тарского, предопределившие теоретико-модельный стиль современной логической семантики, исследование инференциального аспекта логики невозможно без теоретико-модельного. Задачей логики, по Тарскому, является изучение дедуктивных систем. Под дедуктивной системой S в языке L он понимает множество всех логических следствий некоего множества X предложений L. Таким образом, центральным для логики оказывается понятие логического следования, которое до Тарского традиционно определялось теоретико-доказательственным образом. Если A – множество логических аксиом, а R – множество правил вывода, то множество логических следствий X в L понималось как наименьшее замкнутое относительно правил в R множество предложений L, включающее X и A. Тарский полагает, однако, что не все свойства дедуктивных систем могут быть описаны в теоретико-доказательственных терминах. По его мнению, результаты Гёделя, показавшие, что в любой достаточно богатой дедуктивной теории можно построить предложение, которое следует из теорем этой теории, но не может быть доказано в самой теории, свидетельствуют о принципиальной недостаточности теории доказательств для логики. Он считает, что отношение логического следования коренится в неких специфических связях языка и мира, а именно в теоретико-модельной семантике. Точным образом отношение логического следования в терминах теории моделей определяется Тарским так: предложение X логически следует из предложений класса K, если и только если каждая модель класса K является также моделью предложения X (см. [Tarski 1983, 417]).

В 60-х–70-х гг. XX в. под влиянием теоретико-модельных идей Тарского формируется обобщенная (абстрактная) теория моделей. Центральным понятием этой теории является понятие абстрактной логики. Абстрактной логикой называется любая совокупность, состоящая из: (1) класса изоморфных структур, (2) класса формальных выражений некоторого языка и (3) отношения выполнимости между ними (см. [Barwise 1985, 4]). Вместе с тем классы структур, замкнутые относительно изоморфизма, представляют собой экстенсионалы обобщенных кванторов (в другой терминологии, просто обобщенные кванторы). Впервые обобщенные кванторы были введены Мостовским, который предложил рассматривать их как классы подмножеств универсума (точнее, как функции, задаваемые на множествах объектов универсума модели и принимающие в качестве значений истину или ложь, или, говоря иначе, как функции, ассоциирующие с каждой моделью класс подмножеств её универсума) (см. [Mostowski 1957]). Например, квантор Мостовского «*существует бесконечно много*» может пониматься просто как класс бесконечных подмножеств универсума. Важное свойство таких классов состоит в их инвариантности относительно любых перестановок индивидов в области интерпретации. Обобщение обобщенных кванторов Мостовского с второпорядковых свойств на второпорядковые отношения было проведено Линдстрёмом (см. [Lindström 1966]). Если стандартные обобщенные кванторы имеют вид Q(x)φ(x) и интерпретируются как классы подмножеств универсума (второпорядковые свойства первопорядковых свойств), то полиадические (многоместные) кванторы Линдстрёма имеют вид $Q(_{x1,\dots,\ xn})\varphi(_{x1,\dots\ ,xn})$ и интерпретируются как второпорядковые отношения между первопорядковыми отношениями.

Тот факт, что определение логики с обобщенными кванторами (абстрактной логики) не включает каких-либо теоретико-доказательственных понятий, делает спорным использование в её отношении самого термина *логика*. Даже в фундаментальных работах по обобщенной теории моделей высказывается мнение, что термин *логика* просто привычнее, чем, скажем, *теоретико-модельный язык*, и его использование мотивировано в данном случае не столько теоретическими, сколько прагматическими соображениями привычности, простоты и краткости. Действительно, логики с обобщенными кванторами тяготеют к теоретико-модельному подходу, полностью или почти полностью абстрагирующемуся от теории доказательств. Дело в том, что первым и до сих пор самым потрясающим результатом абстрактной теории моделей стала доказанная уже в 1969 г. *теорема Линдстрёма*, согласно которой логика первого порядка является единственной логикой, замкнутой относительно &, ⅂, ∃ и удовлетворяющей теоремам компактности и Лёвенгейма-Сколема (см., например, [Барвайс 1982, 54]). Иначе говоря, если некая логика *L* является расширением элементарной логики (логики предикатов первого порядка) и обладает свойствами компактности и Лёвенгейма-Сколема, то *L* эквивалентна элементарной логике. Таким образом, единственной дедуктивно полной логикой, обладающей свойствами компактности и Лёвенгейма-Сколема, оказывается элементарная логика, а следовательно, любые её обобщения неизбежно ведут к утрате по крайней мере одного из указанных металогических свойств. На первый взгляд, данный факт разрешает в пользу первопорядковой логики все металогические вопросы. Ясно, однако, что эпистемологический статус самих свойств – полноты, компактности и Лёвенгейма-Сколема нуждается в осмыслении и оценке.

Логика L является *компактной*, если любое множество Φ предложений языка L имеет модель при условии, что каждое конечное подмножество Φ имеет модель. Если логика L *полна* (т.е. множество общезначимых предложений L рекурсивно перечислимо) и компактна, то L *строго полна* (т.е. множество всех следствий любого множества предложений языка L рекурсивно перечислимо в L). Полнота L означает, что любое общезначимое в L предложение в принципе может быть известно как общезначимое, строгая полнота – что в принципе могут быть известны все следствия предложений L. Подобная «принципиальная известность» не имеет, однако, практического характера в том смысле, что мы можем и не обладать практической возможностью осуществления процедуры установления общезначимости или следования, хотя знаем (например, в результате непрямого доказательства), что такая процедура существует. В логике, не обладающей свойством компактности, должно существовать предложение φ, которое, являясь следствием множества предложений Φ языка логики L, не является следствием никакого конечного подмножества Φ. Иначе говоря, это означает, что отношение логического следования между φ и Φ не может быть установлено в конечное число шагов. Поэтому логика, не обладающая свойствами полноты и компактности, вряд ли может рассматриваться как приемлемая теория дедукции.

Вместе с тем полная и компактная логика предикатов первого порядка не может, как известно, охарактеризовать категоричным образом (с точностью до изоморфизма) обычные математические структуры (*категоричной* называется логика, любые две модели которой изоморфны). Так, теорема Сколема о нестандартных моделях арифметики исключает возможность формальной аксиоматической характеризации натурального ряда чисел в элементарной логике. Таким образом, элементарная логика не может претендовать на роль инструмента категоричной формальной характеризации важных и интересных математических структур. Между тем в неполной логике предикатов второго порядка, не обладающей свойством компактности, может быть категоричным образом охарактеризована теория чисел и значительная часть теории множеств. Из теоремы Сколема о нестандартных интерпретациях следует неполнота любой системы аксиом, описывающей натуральный ряд. Натуральный ряд категоричен в том смысле, что в рамках некоторой теоретико-множественной системы можно доказать его единственность (с точностью до изоморфизма). Так, в ZF можно доказать, что все структуры Пеано, удовлетворяющие аксиомам Пеано, изоморфны. Однако, как отмечают А.Н.Колмогоров и А.Г.Драгалин, «если теория Цермело-Френкеля непротиворечива, то у неё *тоже* существуют неизоморфные модели. В каждой такой модели ввиду категоричности существует только один натуральный ряд, хотя натуральные ряды из разных моделей могут быть и неизоморфны!» [Колмогоров, Драгалин 2005, 106].

Точным образом связь между возможностью непротиворечивого категоричного описания и мощностью модели устанавливает теорема Лёвенгейма-Сколема. Обычно теоремой Лёвенгейма-Сколема называют целую группу теорем следующей формы: если существует интерпретация с некоторым семантическим свойством, то существует и интерпретация с этим же семантическим свойством, область которой имеет определенную мощность. Согласно теореме Лёвенгейма-Сколема о «понижении мощности» («спуске»), логика, имеющая бесконечную модель, имеет также модель со счетно-бесконечной областью (в этом случае говорят, что логика обладает свойством Лёвенгейма). Согласно теореме о «повышении мощности» («подъеме»), логика, имеющая модель со счетно бесконечной областью, имеет также модель с несчетно бесконечной областью (в этом случае говорят, что логика обладает свойством Тарского). Иначе говоря, логика, удовлетворяющая теореме Лёвенгейма-Сколема (т.е. обладающая как свойством Лёвенгейма, так и свойством Тарского), не различает бесконечные мощности. Поскольку не существует взаимнооднозначной функции со счетно-бесконечным множеством определений и несчетно бесконечным множеством значений, бесконечная область не может быть охарактеризована непротиворечивым и категоричным образом средствами подобной логики. Таким образом, непротиворечивая категоричная логика (обладающая свойством Лёвенгейма-Сколема) должна иметь только модели с конечным числом элементов (см. [Булос, Джеффри 1994, 254]).

Поскольку многие следствия теоремы Лёвенгейма-Сколема производят впечатления аномалий или даже парадоксов, эта теорема приобрела, по характеристике Булоса и Джеффри, дурную славу некоего «философского казуса». Одним из таких следствий является так называемый «парадокс Сколема». Дело в том, что, по теореме Лёвенгейма-Сколема, всякая модель имеет элементарно эквивалентную ей подмодель со счетной областью. Две модели называются элементарно эквивалентными, если они интерпретируют одни и те же предложения и всякое предложение истинно в одной из них в точности тогда, когда оно истинно в другой. Хотя все изоморфные модели элементарно эквивалентны, существуют элементарно эквивалентные неизоморфные модели. «Парадокс Сколема» является следствием существования таких нестандартных моделей. Он состоит в наличии таких интерпретаций, в которых некоторое предложение, утверждающее (судя по его виду) существование несчетно многих множеств натуральных чисел, оказывается истинным, несмотря на то, что области этих интерпретаций содержат лишь счетное количество множеств натуральных чисел (см. [там же, 207]). Таким образом, теорема Лёвенгейма-Сколема подтверждает, как отмечает Клайн, высказывание Пуанкаре о том, что математика – это искусство давать различным вещам одинаковое название, но придает ему обратный смысл. «Аксиоматические системы, к которым применима теорема Лёвенгейма-Сколема, предназначаются для задания *одной вполне конкретной* интерпретации, и, будучи примененными к совершенно различным моделям, они тем самым не соответствуют своему назначению» [Клайн 1984, 318]. Вместе с тем «парадокс Сколема» не является парадоксом в точном математическом смысле и «показывает лишь, что любая аксиоматизация теории множеств в ограниченном исчислении предикатов с помощью счетного числа аксиом не отражает полностью понятий “множество”, “множество подмножеств данного множества”, “взаимно однозначное соответствие”, “счетность” и т.п. Эти понятия, если мы предполагаем их определенными *a priori*, ускользают от описания с помощью подобной системы аксиом» [Клини 1973, с. 386]. В соответствии же с тезисом самого Сколема об «относительности теории множеств», не существует абсолютного понятия счетности (множество, несчетное в одной аксиоматизации, может быть счетным в другой).

С «парадоксом Сколема» связан «аномальный» феномен онтологической редукции, который благодаря работам Патнэма приобрел известность в качестве подлинной антиномии методологии науки, подрывающей основы научного реализма. Дело в том, что, по теореме Лёвенгейма-Сколема, любая интерпретируемая теория имеет модель в теории целых чисел. Парадоксальным представляется то, что онтология любой (скажем, физической) теории может быть «редуцирована» к онтологии целых чисел таким образом, что термины этой теории получают некую «нефизическую» интерпретацию, а её утверждения оказываются утверждениями о числах. Ясно, однако, что формальные теории, к которым относятся все результаты теории моделей, и не должны различать «физические» и «нефизические» индивиды. Теория моделей опирается на совершенно определенные предпосылки, которые необходимо принимать во внимание при квалификации её результатов как «аномальных» или «парадоксальных». Как отмечают Пирс и Рантала, «оценка некоторых теоретико-модельных результатов может помочь нам уберечься от чрезмерных амбиций при семантической реконструкции метафизических доктрин; их значение может быть отрезвляющим, но никогда не является тотально деструктивным» [Pearce, Rantala 1982, 52]. Одно из центральных затруднений, с которым сталкивается любая «обобщенная» трактовка теоремы Лёвенгейма-Сколема, распространяющая её «парадоксальные» выводы на онтологию нематематических теорий, – это проблематичность тезиса о достаточности первопорядковой логики для целей этих теорий. «Никому еще не удалось показать, – замечает Хакинг, – что обычный язык физиков может быть выражен в языке первого порядка. Так что не известно, может ли относиться сам результат (теорема Лёвенгейма-Сколема. – *Д.-Ч.*), скажем, к квантовой электродинамике и, следовательно, к научному реализму» [Хакинг 1998, 117].

Вместе с тем обобщения стандартной первопорядковой логики неизбежно предполагают либерализацию металогических требований к логическим системам (отказ от полноты, компактности и/или свойства Лёвенгейма-Сколема) и связаны, таким образом, с отходом от традиционного понимания логики как теории дедукции. Логики с обобщенными кванторами, не являющиеся рекурсивно перечислимыми дедуктивными системами, скорее представляют собой семантические теории специфических классов структур, например, по Тарскому, структур, инвариантных относительно изоморфных преобразований. «Рассмотрим, – предлагал Тарский, – класс *всех* взаимно – однозначных преобразований пространства, или универсума рассмотрения, или «мира» на себя. Что за наука будет заниматься понятиями, инвариантными относительно самого широкого класса преобразований? …Я полагаю, что эти понятия являются логическими, и что мы называем некое понятие “логическим”, если оно инвариантно относительно любых возможных взаимно – однозначных преобразований мира на себя» [Tarski 1986, 149]. Данная инвариантность свидетельствует о том, что логические понятия не различают индивидные объекты в области. При этом они не являются «пустыми функциями единства» в кантовском смысле, поскольку имеют дело с индивидами высшего порядка – классами изоморфных структур. Обладая онтологическим статусом абстрактных объектов, классы изоморфных структур (типы изоморфизма) гипостазируют структурно инвариантные свойства моделей. Принципы демаркации границ логического и нелогического релятивизируются, таким образом, относительно принятой системы моделей. Рассматривая, скажем, лишь финитные модели, мы будем понимать квантор «существует не более чем *n*», обладающий свойством инвариантности относительно изоморфных преобразований таких моделей, как логический квантор. При этом мы, конечно, не обязаны исключать возможность логик с бесконечными моделями, в которых этот квантор уже не будет рассматриваться как логический.

Канонический критерий Куайна также подвергается релятивизации в теории обобщенной квантификации. Интересуясь онтологией некоторой теории Т, мы должны формализовать её и исследовать модели полученной формализованной теории T_1. Множество объектов, входящих в универсумы этих моделей (т.е. именно тех объектов, для которых в T_1 при её стандартной интерпретации имеются квантифицируемые переменные), и полагается онтологией исходной теории. Можно показать, что понимаемая таким образом онтология релятивизирована относительно выбора того или иного способа формализации теории. Допустим, наша исходная теория включает утверждение о том, что некоторым свойством *P* обладает *несчетное множество объектов*. Это утверждение можно формализовать в стандартном первопорядковом языке с соответствующим истолкованием выражения *«несчетно много»* как нелогического предиката или, скажем, с помощью нестандартного логического квантора Кейслера «*существует несчетно много»*.

При стандартной формализации теория обязана (в силу теоремы Лёвенгейма-Сколема) иметь по крайней мере одну модель, где *нелогический* предикат *«несчетно много»* получит нестандартную интерпретацию и предикату *P* будет приписано счетное множество объектов. Вместе с тем нестандартная формализация с использованием *логического* квантора Кейслера в каждой модели припишет предикату *P* несчетное множество объектов. Таким образом, различные формализации обязывают исходную теорию к различным онтологическим допущениям: нестандартная формализация, в противоположность стандартной, обязывает её принять онтологию несчетного множества объектов (см. [Sher 1991, 135]).

Либерализация требований к дедуктивным свойствам логик с обобщенными кванторами требует особой тщательности в оценке их онтологических обязательств. Так, первопорядковая по синтаксическим критериям логика с нелинейными кванторами, допускающая квантификацию лишь по индивидам, семантически эквивалентна «онтологически нагруженной» второпорядковой логике (в частности, нелинейные кванторы достаточны для характеризации бесконечных структур и, таким образом, в этой логике выразим квантор Мостовского «*существует бесконечно много*»). Эту особенность перенимает от логики с нелинейными кванторами IF-логика или «логика, дружественная-к-независимости» (Independence-Friendly логика), создание которой Хинтикка объявил революцией в современной логике (см. [Hintikka 1996], [Hintikka, Sandu 1996]). В языке IF-логики формула с нелинейным квантором

$$(1)\quad \left.\begin{array}{l}\forall x\exists y\\ \forall z\exists v\end{array}\right\rangle F(x, y, z, v),$$

(*для всех x существует y и для всех z существует v, зависящее только от z*) может быть представлена как

$$(2)\ (\forall x)\ (\exists y)\ (\forall z)\ (\exists v\ /\forall x)\ F(x, y, z, v),$$

где знак «/» (слэш) в $(\exists v\ /\forall x)$ указывает на информационную независимость интерпретации квантора $\exists v$ от интерпретации квантора $\forall x$.

Хинтикка настаивает на том, что его IF-логика не является еще одной неклассической логикой наряду, скажем, с модальной или интуиционистской логиками. Он предпочитает характеризовать её как *гиперклассическую* логику – общую теорию квантификации и пропозициональных связок, представляющую собой естественное расширение «элементарной логики», в которой не могли быть выражены все виды взаимозависимости кванторов. Как оказалось, *гиперклассическая* IF-логика Хинтикки не обладает, однако, важнейшим металогическим свойством логики классической – полнотой. Как ни странно, Хинтикка оценивает этот печальный факт с оптимизмом. Неполная IF-логика позволяет разрешить, по его мнению, значительную часть аномалий и парадоксов, накопленных в связи с закрепившимся в философии математики отождествлением логики с «элементарной логикой». «Главное землетрясение в логике двадцатого века, – замечают Хинтикка и Санду, – первая теорема Гёделя о неполноте, к сожалению, послужила лишь усилению иллюзии полноты нашей базисной логики» [Hintikka, Sandu 1996, 178]. Не обладающая дедуктивной полнотой IF-логика может оказаться, как полагает Хинтикка, лучшим, нежели «элементарная логика», средством формулировки дескриптивно полных нелогических теорий (см. [Hintikka 1996, 97]). Неустранимая неполнота любой интересной математической теории, доказанная Гёделем, обычно противопоставляется полноте чистой логики. На самом деле, замечает Хинтикка, теорема Гёделя установила только дедуктивную неполноту элементарной арифметики, т.е. невозможность формального вывода S или $\neg$ S для любого замкнутого предложения S. Эта дедуктивная неполнота влечет дескриптивную неполноту элементарной арифметики только при условии семантической полноты соответствующей логики. «Следовательно, неполнота первопорядковой IF-логики отрывает нам реальную возможность формулировать дескриптивно (модельно – теоретически) полные аксиоматические системы для различных нетривиальных математических теорий уже на уровне первого порядка без нарушения теоремы Гёделя о неполноте» [там же].

Однако, как показал Ваананен, «синтаксически» первопорядковая IF-логика вовсе не является таковой с семантической точки зрения, поскольку общий вопрос об общезначимости формул IF–логики рекурсивно изоморфен вопросу об общезначимости формул полной второпорядковой логики (см. [Vaananen 2002, 519]). Подобно своей прародительнице – теории нелинейной квантификации – «онтологически нейтральная» по синтаксическим критериям IF–логика оказалась семантически эквивалентна «онтологически нагруженной» второпорядковой логике. Характерно, что, в соответствии с результатом МакГи, класс логических операторов, удовлетворяющих критерию инвариантности Тарского, в точности совпадает с классом операторов, определимых в бесконечном языке $L_{\infty,\infty}$ (см. [McGee 1996, 572]). По сути, этот результат свидетельствует о том, что первопорядковый язык, обогащенный логическими кванторами, инвариантными относительно перестановок индивидов в области, также выразительно эквивалентен языку логики второго порядка. Таким образом, логики с обобщенными кванторами, приносящие дедуктивную полноту в жертву полноте дескриптивной, еще раз подтверждают старый диагноз Френкеля и Бар-Хиллела, по характеристике которых достаточно богатые, но дедуктивно неполные логические системы «попытались проглотить больший кусок онтологии, чем они в состоянии переварить» [Френкель, Бар-Хиллел 1966, 368].

Литература

[Барвайс 1982] *Барвайс Д.* Введение в логику первого порядка // Справочная книга по математической логике. Ч. 1: Теория моделей. М., 1982. С. 12–54.

[Булос, Джеффри] *Булос Дж., Джеффри Р.* Вычислимость и логика. М.: Мир, 1994.

[Кант – 1994] *Кант И.* Критика чистого разума // *Кант И.* Собр. соч.: В 8 т. Т. 3. М., 1994.

[Колмогоров, Драгалин 2005] *Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г.* Математическая логика. М.: УРСС, 2005.

[Клайн, 1984] *Клайн М.* Математика. Утрата определенности. М.: Мир, 1984.

[Клини, 1973] *Клини С.* Математическая логика. М.: Мир, 1973.

[Френкель, Бар-Хиллел 1966] *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М., 1966.

[Хакинг 1998] *Хакинг Я.* Представление и вмешательство. Начальные вопросы философии естественных наук. М.: Логос, 1998.

[Barwise 1985] *Barwise J.* Model-Theoretic Logic: Background and Aims // Model-Theoretic Logic. N. Y., 1985. P. 3–23.

[Feferman 1999] *Feferman S.* Logic, Logics and Logicism // Notre Dame Journal of Formal logic. 1999. № 40. P. 31–54.

[Hintikka – 1996] *Hintikka J.* The Principle of Mathematics Revised. Cambridge Univ. Press, 1996.

[Hintikka, Sandu 1996] *Hintikka J. and Sandu G.* A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. №. 2. P. 169–183.

[Lindström 1966] *Lindström P.* First order Predicate Logic with Generalized Quantifiers // Theoria. 1966. № 35.

[McGee 1996] *McGee V.* Logical Operations // Journal of Philosophical Logic. 1996. № 25. P. 567–580.

[Mostowski 1957] *Mostowski A.* On a Generalization of Quantifiers // Fundamenta Matematicae. 1957. № 44.

[Pearce, Rantala 1982] *Pearce D. and Rantala V.* Realism and Formal Semantics // Synthese. 1982. Vol. 52. № 1. P. 39–53.

[Sher – 1991] *Sher G.* The Bounds of Logic. A Generalized Viewpoint. Cambridge, 1991.

[Tarski 1983] *Tarski A.* Logic, Semantics, Metamathematics. Indianapolis, 1983.

[Tarski 1986] *Tarski A.* What are Logical Notions? // History and Philosophy of Logic. 1986. № 7.

[Vaananen 2002] *Vaananen J* .On the Semantics of Informational Independence // Logic Journal of the IGPL. 2002. № 10. P. 339–352.