Д.С.Чернавский, В.А.Намиот

О логико-методологических аспектах явления неустойчивости

Возникновение динамического хаоса — актуальная проблема как в естественных науках, так и в гуманитарных. В основе динамического хаоса лежит явление неустойчивости. Становление — основной мотив синергетики, а неустойчивость — тоника этою мотива. Без тоники невозможно разобрать партитуру, обрести смысл, невозможно ни генерировать, ни принимать информацию. Человекомерность в синергетике, точнее в теории динамического хаоса, предъявлена уже в акте задания точности начального состояния системы, степени подробности описания пучков траекторий. При этом гладкая, познаваемая антропная сфера настоящего, прогноза будущего и реконструкции прошлого оказывается лишь узким стратом виртуальной действительности. Генерация информации происходит на временных границах гладкости, а целевое понятие ценности информации, как запомненною выбора, как будет показано, окончательно гуманизирует эти формальные категории. Детальный анализ явления неустойчивости приводит к необходимости ревизии ряда понятий и положений математической логики. Мы увидим, что неустойчивость делает необходимым динамическое взаимоувязывание намерений и возможностей в процессе познания, герменевтику целей или создание некоторого варианта «целесообразной логики», предлагаемого ниже. Обсуждается его связь с известными вариантами и область его конструктивного применения в естественных науках. Фактически речь идет об осознаваемой полифонии темпоральных стратегий коммуникаций, адаптивном моделировании реальности.

Предлагаемое ниже эссе написано физиками-профессионалами и потому несет на себе родимые пятна стиля, принятого на теоретических семинарах, местами педантично-занудного, местами агрессивно-легковесного, но, надеемся, никогда не бессмысленного. Слепые пятна непонимания неизбежно свои у физиков и гуманитариев, и мы надеемся на снисходительность читателя.

Итак...

Явление неустойчивости и его роль в науке были оценены (и то не до конца) лишь в конце XX века в связи с развитием теории динамического хаоса [1] и теории информации. Сейчас ясно, что в процессах возникновения, рецепции информации и эволюции ее ценности неустойчивость играет ключевую роль [2, 3]. Более того, любая развивающаяся система неизбежно проходит этап хаотизации, в котором и рождается новая информация [3,4].

Теория устойчивости была заложена в работах Ляпунова и Пуанкаре в конце XIX века. В то время она воспринималась как прикладная (инженерная) дисциплина, необходимая для создания устойчивых конструкций.

Фундаментальное значение неустойчивости будет оценено лишь в XXI веке. Однако и сейчас уже ясно, что это явление заставляет пересмотреть ряд положений точных наук, таких, как «причина» (следствие), «бесконечно большое» (малое) и ряд других, связанных с ними.

Поясним суть дела.

Устойчивость (или неустойчивость) — свойство отклика системы на внешнее возмущение. В простейшем случае зависимость отклика $\Delta x(t)$ от времени выражается известной формулой:

$$\Delta x(t) = \Delta x_o e \lambda^t,$$

где $\Delta x(t)$ — отклонение от начального стационарного состояния $x=0$ в момент времени t, Δx_o — начальное отклонение, т.е. внешнее возмущение и λ— число Ляпунова. Если $\lambda > 0$, то состояние неустойчиво и не может существовать долго, даже если формально является стационарным (пример — карандаш на острие). Если $\lambda < 0$ — состояние считается устойчивым и может существовать сколь угодно долго. В общем случае отклик представляет собой сумму экспонент с разными числами Ляпунова, среди которых могут быть и комплексные.

В теории устойчивости критерием считается знак числа Ляпунова с наибольшей вещественной частью. Величина возмущения Δx_o не считается критерием устойчивости.

Аргументация проста: по прошествии достаточно большого времени, такого, что величина $\lambda t >> 1$, величина $\Delta x(t)$ обязательно станет большой, т.е. начальное состояние разрушится.

Действительно, если величина λt (ее называют энтропией Колмогорова) станет равна, например, тысяче (что в реальных задачах вполне возможно), то величина отклика $\Delta x(t)$ станет большой, даже если начальное возмущение имеет порядок

$\Delta x_o = e^{-1000}$. Реально возмущения всегда много больше этой величины. Более того, ни защитить систему от столь малых влияний, ни проконтролировать степень изоляции со столь высокой точностью принципиально невозможно.

Здесь мы приходим к необходимости ревизии понятия бесконечно большого (малого) числа.

В естественных науках число употребляется как количественная мера реальных объектов. Так четкий смысл имеют понятия: число молекул в сосуде с газом (оно порядка 10^{23}), число молекул во вселенной (оно порядка 10^{50}). Размерные величины также выражаются числами. Так размер атома — 10^{-8} сантиметра, размер ядра атома — 10^{-14} см., размер вселенной порядка 10^{28} см. Далее такие числа будем называть физически реализуемыми. Важно, что они все располагаются в интервале от 10^{100}см до 10^{-100}. Размерность здесь уже роли не играет, поскольку единицы измерения отличаются не более, чем в 10^{40} раз.

Числа порядка 10^{100} получили специальное название — гугол [5] (от английского huge — огромный).

Наряду с этим в расчетах могут фигурировать числа, превышающие гугол. Так в приведенных оценках величину $e\lambda^t = e^{1000} \approx 10^{430} >> 10^{100}$ физически реализовать невозможно. Величина $\Delta x(0) \approx e^{-1000}$ тоже физически не реализуема, изолировать систему с такой точностью физически невозможно и начальные отклонения заведомо больше, чем обратный гугол.

В физике такой результат рассматривается не как конкретное предсказание, а как указание на то, что неустойчивое состояние неизбежно разрушается гораздо раньше времени $t = 1000/\lambda$. Время существования неустойчивого состояния оценивается как $t_{cr} \approx 1/\lambda$ и носит специальное название — горизонт прогнозирования (или горизонт предсказательности).

Таким образом, в естественных науках гугол фактически играет роль бесконечно большого, а обратный гугол — бесконечно малого.

Разумеется, понятие «гугол» размыто и, более того, условно. Изменение показателя на 10-20 единиц роли не играет. Числа порядка 10^{50} фактически тоже можно рассматривать как гугол.

В реальных задачах часто принимают, что число 100 — эквивалентно бесконечности и, если процесс устойчив, получают правильные результаты. Вопрос: какую именно величину считать нулем или бесконечностью, зависит от целей расчета и требуемой точности. Иными словами, ответ на вопрос определяет ся целесообразностью и в этом смысле условен. Выделенность числа типа гугол связана с тем, что точность порядка 10^{-100} никогда никому ни для какой цели не понадобится.

Понятие «изолированная система» тоже подлежит ревизии. В естественных науках это понятие играет существенную роль, особенно в теоретических исследованиях. Принимают, что систему можно считать изолированной, если внешние воздействия на нее достаточно малы. Такое определение имеет смысл в устойчивых состояниях (и процессах), когда отклонения от расчета незначительно в меру малости возмущений даже при больших временах. В неустойчивых процессах для обеспечения малости отклонений степень изоляции должна быть порядка обратный гугола, что невозможно. Иными словами, понятие «изолированная система» к неустойчивым процессам не применимо.

Понятие «причина» в неустойчивых системах также требует ревизии. В динамических системах под «причиной» понимаются начальные условия. Тогда результат есть однозначное следствие «причины», что, собственно, и составляет суть теоремы Коши. При этом неявно предполагается, что «причина» и «следствие» соизмеримы, т.е. являются величинами одного порядка.

В неустойчивых процессах отношение «причины» и «следствия», как мы видели, превышает гугол, т.е. они не соизмеримы. Тогда говорят, что «причиной» события является «случай». Однако при этом слово «причина» выступает в совершенно ином смысле. Приведем пример из жизни.

На середине стола стоит хрустальная ваза (положение ее устойчиво). Некто неловкий махнул рукой, сдвинул вазу, и она разбилась. Ясно, что причиной печального события явилось поведение неловкого; он изменил начальные условия, придал вазе начальную скорость; он же и виноват в содеянном. При этом легко проследить «причинно-следственную связь» событий.

Другой случай: ваза поставлена на край стола, так что чуть не падает: пролетела муха, ваза упала и разбилась, говорят, что причина несчастья — неустойчивое положение вазы; виноват тот, кто ее так поставил. Обвинять муху в этом случае глупо (хотя, конечно, ее тоже следует поймать и наказать).

Слово «случай» означает, что для описания событий мы должны от динамического подхода перейти к вероятностному. Иными словами, неустойчивость является необходимым условием для введения понятия «вероятность».

В естественных науках для описания реальности используются различные подходы: динамический, вероятностный и синергетический. Последний объединяет два первых на основе теории неустойчивости и динамического хаоса. Во всех подходах используется классическая математика. Однако при внимательном рассмотрении выясняется, что неустойчивость как явление не может быть описано в рамках классической математики.

Поясним суть парадокса.

В реальных задачах любой объект или процесс рассматривается на конечном отрезке времени. Если энтропия Колмогорова λt достаточно велика, то любой физик делает вывод: состояние неустойчиво и наверняка разрушится.

С другой стороны, в рамках классической математики всегда можно выбрать начальное отклонение $\Delta x(0)$ столь малым, что за конечное время неустойчивое состояние не разрушится. Иными словами, неустойчивые процессы на конечном отрезке времени ничем не отличаются от устойчивых и само явление неустойчивости как таковое отсутствует. Понятие физической реализуемости, равно как и понятие «гугол», противоречит аксиоме о равноправии чисел и бесконечной делимости отрезка.

Этот парадокс проявляется в различных аспектах, упомянем некоторые.

I. С точки зрения классической науки динамический хаос и не хаос вовсе. А ординарный динамический процесс. Поскольку в реальности хаос все же существует, постулятивно вводится понятие «истинный хаос». Отличия его от динамического хаоса практически отсутствуют, но дискуссии на эту тему продолжаются. На наш взгляд, они носят схоластический характер и создают дискомфорт в научной среде.

II. Формально любой динамический процесс в гамильтоновых системах обратим во времени. Энтропия при этом не возрастает, что соответствует теореме Лиувилля в классике и теореме фон-Неймана в квантовой механике. Это относится и к неустойчивым процессам типа динамического хаоса, хотя для реализации обратимости необходима точность, превышающая гугол. Проблема «стрелы времени» до сих пор является предметом жарких споров. На наш взгляд, они тоже софистичны в той же мере, как и споры о «хаосе истинном».

III. Широко распространено мнение о том, что задача науки — проследить причинно-следственную связь событий. В устойчивых процессах это утверждение имеет смысл и сама процедура реализуема. В неустойчивых процессах, как упоминалось, понятие «причина» теряет смысл и вместо нее появляется понятие «случай». В теории вероятности и статистической физике «случай» вводится постулятивно. При этом возникает противоречие с динамикой, что тоже создает дискомфорт.

Подведем итог: современная математическая аксиоматика вступает в противоречие с реальностью. Это противоречие локализовано, т.е. оно возникает только в неустойчивых процессах.

Возникает вопрос: можно ли (и если можно, то как) разрешить это противоречие? В действительности корни противоречия лежат глубже и связаны с проблемами логики, поскольку классическая математика основана на аксиомах формальной логики.

Логику можно рассматривать как алгоритм построения сложного суждения на основе более простых утверждений. Последние считаются заданными и играют роль начальных условии [6,7]. Сейчас предложено несколько вариантов логики, обсудим некоторые из них.

1. Классическая (формальная) логика наиболее популярна. Долгое время она развивалась **как** наука абстрактная, самодостаточная и прямо не связанная с проблемами насущной жизни. Основные положения ее (аксиомы или алгоритмы) были сформулированы еще в античные времена и с тех пор почти не изменились. Эти алгоритмы возникли как обобщение повседневного опыта, но на этом связь логики с реальной жизнью заканчивалась. Кратко, они сводятся к следующему.

1). Все суждения (или сообщения) разделяются на две группы: «истинные» (в математической логике им ставится в соответствие индекс «1») и «ложные» (им соответствует индекс «0»). Алгоритм построения сложного суждения формулируется с использованием логических связок «и», «или» и «не». Требуется, чтобы сложное суждение тоже было либо «истинным», либо «ложным» (верным — не верным). Иными словами, на каждый вопрос, сформулированный в рамках аксиоматики (или алгоритма) должен быть получен ответ, причем только один: «да» или «нет» (истинно — ложно, верно — не верно). Это положение известно как аксиома исключенного третьего (tertium non datur). Этим достигается однозначность суждений.

Отсюда следует, что формальная логика имеет дело с дискретным множеством объектов, о которых ставятся вопросы и выносятся суждения. Множество суждений тоже дискретно.

II. Каждое из суждений является абсолютным, т.е. не зависящим от цели, ***с*** которой оно делается, и должно быть доказано либо опровергнуто. Такой подход носит в себе отзвук божественного происхождения законов природы. Это значит, что на множестве объектов A, B, C, на вопросы типа: A или не — A, A равно B (или не равно), A > B, A < B и т.п., ответ должен быть однозначным независимо от меры сходства или различия. Вообще понятие меры в формальной логике отсутствует.

III. Все элементы множества равноправны, что, в частности, относится и к множеству чисел.

В математике наряду с дискретными рассматриваются и метрические континуальные множества, где вводится понятие меры. Тем не менее равноправие чисел сохраняется. Например, если два отрезка длинами x_1 и x_2 отличаются на малую конечную величину Δx «x_1,x_2), то отрезок Δx можно «растянуть» (т.е. измерить в другом масштабе) и рассматривать как достаточно протяженный. На этом основано утверждение о бесконечной делимости отрезка. Последнее в современной математике играет существенную роль.

Успех формальной логики и построенной на ее основе математики в XVIII веке породил уверенность в том, что иначе и быть не может. В XIX и XX столетиях эта уверенность была поколеблена. Более того, выяснилось, что система формальной логики не является полной.

Примеры неоднозначности внутри формальной логики отмечались и ранее и формулировались в виде парадоксов, таких как парадокс лжеца и проблема буриданова осла. В строгом математическом виде неполнота системы формальной логики была доказана Геделем.

Далее логика развивалась под давлением двух обстоятельств.

Во-первых, делались (и делаются) попытки сформулировать аксиомы логики, лишенной внутренних противоречий. Эти попытки прямо не связаны с проблемами естественных наук, но могут повлиять на них косвенно.

Во-вторых, развитие естественных наук требовало уточнения ряда положений логики. Так в XIX столетии выяснилось, что каждое утверждение не может быть абсолютным, но может быть сделано с определенной точностью. Последняя зависит от способа измерения, а в более общем случае от возможности наблюдения.

Роль, которую сыграли принципы измеримости и наблюдаемости в естественных науках, общеизвестна. Они приблизили логику к реальной жизни, но разрыв еще остался.

2. В конструктивной логике (см. [8,9]), в отличие от классической, каждое утверждение подвергается конструктивной проверке путем измерения или, в более общем случае, наблюдения. Так в классической логике на вопрос: «А или не — А» всегда должен быть получен однозначный ответ: «да» или «нет». В конструктивной логике допускается отказ от ответа, если истинность суждения невозможно проверить.

В естественных науках такая ситуация встречается довольно часто. Если утверждение в принципе не наблюдаемо, то оно относится к категории бессодержательных.

3. В последнее время предложена релевантная (уместная) логика [101]. Она отличается от классической тем, что формально правильные, но «неуместные» логические построения в ней «отбраковываются». Благодаря этому удается избежать парадоксов, ведущих к заведомо неверным выводам.

4. В рамках многозначных логик [11] все суждения разделяются не на две, а на большее число групп. В трехзначной логике допустимы три типа ответов: «да», «нет» и «может быть». Последний ответ также может быть выражен словами «не известно», «утверждение бессмысленно» [12] или «бессодержательно». Эти варианты отличаются в основном эмоциональной окраской. Так ответы «не известно» или «может быть» носят субъективный характер (мне не известно, но кому-то другому, возможно, известно). Слова «бессмысленно» или «бессодержательно» означают, что это утверждение не может быть доказано (или опровергнуто) в рамках всего человечества (и, возможно, в рамках Вселенной).

Соответственно увеличивается и число символов. Далее, устанавливаются правила (алгоритмы) определения символа сложного суждения, если известны символы входящих в него простых (исходных) суждений.

5. Так называемая нечеткая логика (фальш-логика, fuzzy logic, [13]) отличается от предыдущих существенно. Каждый объект (или каждое суждение) рассматривается в ней не как эталон, а как ансамбль сходных объектов. Вместо однозначных ответов («да» — «нет») используются вероятностные суждения типа: с вероятностью P — «да» и с вероятностью 1-P — «нет». Разумеется, при этом вводится мера сходства (или различия) объектов. Привлекательность этой логики в том, что она часто (но не все-

гда) близка к реальности. Недостаток ее в том, что соответствующий ей математический аппарат развит еще недостаточно. Точнее, существуют попытки создать аппарат на основе нечетких множеств, но применение его ограничено. Это не удивительно, поскольку современная математика — язык универсальный, люди им овладели и широко используют. Заменить ее другой математикой равносильно предложению перейти всем на язык эсперанто.

По поводу всех упомянутых вариантов логики можно сделать ряд замечаний.

I). Понятие цели, с которой ставится задача, в них отсутствует. Неявно предполагается, что любая логическая задача когда-нибудь, кому-нибудь для чего-нибудь пригодится. Это относится как к задачам, которые имеют однозначное логическое решение, так и к задачам, которые его не имеют. Так, например, решение проблемы Буриданова осла действительно необходимо для достижения конкретных целей. То же можно сказать и о других парадоксах формальной логики.

II). Во всех упомянутых вариантах логики рассматривается постановка задачи и ответ (если он существует). В действительности построение суждения (или принятие решения) представляет собой процесс, организованный во времени. Он реализуется либо в мыслительном аппарате человека, либо в компьютере. В логике это обстоятельство ускользает от внимания. Поэтому вопрос об устойчивости логических алгоритмов до сих пор не ставился. Устойчивость процесса логического описания того или иного явления и устойчивость описываемого процесса связаны друг с другом. Поэтому устойчивость (или неустойчивость) является важным критерием любой логической задачи. На наш взгляд, дефекты логических схем связаны именно с тем, что этот критерий в них не используется.

В рассмотренных вариантах логики суждения считаются либо абсолютными, либо сильно размытыми (нечеткая логика). В реальности встречаются задачи обоих типов, как требующие точного ответа, так и вероятностного. Выбор какого-либо одного варианта логики означает отказ от решения значительной части задач.

Из приведенных замечаний следует, что ни один из упомянутых вариантов логики не охватывает весь круг актуальных задач современного естествознания.

Возникает вопрос: как быть?

Можно в реальной жизни и в науке вообще обходиться без логики (как, собственно, и поступает большинство людей). Можно попытаться сделать следующий шаг и предложить логику более близкую к реальности. Такую логику можно условно назвать ***целесообразной. В*** ее рамках любое утверждение может быть верным, неверным и бессмысленным в зависимости от условий задачи и целей ее решения. Так, например, утверждение А=В верно или неверно в зависимости от того, сколь велика разница между А и В и препятствует ли это отличие достижению цели, с которой делается это утверждение. Справедливость утверждения определяется невозможностью измерить (наблюдать) отличие, а целесообразностью принимать (или не принимать) это отличие во внимание. Если отличие в принципе неизмеримо, то принимать его во внимание заведомо нецелесообразно.

Такое предложение может восприниматься негативно по следующим причинам.

Во-первых, оно низводит логику до уровня прикладных наук и лишает ее ореола божественности и независимости от мирской суеты. Однако именно это обстоятельство позволяет решить наболевшие вопросы и выйти из замкнутого круга бесплодной софистики.

Во-вторых, по звучанию «целесообразная логика» представляется как нонсенс. С первого взгляда кажется, что на любой вопрос можно ответить вопросом: «Чего изволите?». Однако в реальных задачах такой ответ не так уж глуп. Приведем пример. В рамках формальной логики на вопрос: сколько будет 7х7, верен ответ: 7х7=49 и любой другой ответ не верен. В рамках целесообразной логики столь же верен ответ: 7х7=50. Именно этот ответ часто используют люди для прикидочных расчетов «в уме», когда требуемая точность невелика.

В конкретных задачах целесообразная логика сводится к какому-либо из известных уже вариантов логики. Так, например, если заменить понятия «истинно» и «ложно» (верно — не верно) словами «целесообразно» — «не целесообразно», то мы вернемся к аксиоматике классической логики. При этом изменится не структура логики, а правила оценки суждения. Может оказаться, что «верный» (с точки зрения классической логики) вывод «нецелесообразен» и наоборот. Примеры этого мы обсудим позже.

Таким образом, целесообразная логика не претендует на роль новой логической конструкции. Цель ее введения иная, она в том, чтобы определить области применимости известных вариантов логики в естественных науках и сформулировать соответствующие критерии.

Для того, чтобы охватить в единой логической схеме весь круг задач, целесообразно указать меру размытости, обладающую следующими свойствами.

Во-первых, она должна быть конечной, но достаточно малой, такой, чтобы при решения устойчивых задач ею всегда можно было бы пренебречь. Это позволяет использовать в таких случаях традиционную математику без каких-либо изменений.

Во-вторых, в неустойчивых процессах эта мера должна приводить **к** полной размытости результата. Это позволяет использовать в таких случаях традиционный вероятностный подход.

С учетом этих замечаний аксиоматику целесообразной логики можно сформулировать в следующем виде.

(1). В каждой задаче должна быть сформулирована цель. Бесцельные задачи квалифицируются как бессмысленные и рассмотрению не подлежат. В этом смысле целесообразная логика перекликается с релевантной*.

(2). Любой расчет (или алгоритм) следует рассматривать как процесс, организованный во времени, т.е. проводящийся поэтапно (что справедливо по крайней мере по отношению к компьютерным расчетам). Это позволяет поставить и решить вопрос об устойчивости и/или сходимости в рамках классической математики.

(3). Как и в классической логике каждому суждению соответствует «0» или «1», но они рассматриваются не как символы, а как числа, близкие либо к 0, либо к 1, например, 0,000...abc или 1,000...def, где a,b,c и d,e,f — случайные числа от 0 до 9. Это положение напоминает «fuzzy logic», но, в отличие от последней, требуется, чтобы «размытость была мала, порядка «обратный гугол».

(4). Если процесс устойчив и сходится к определенному результату, то автоматически сохраняется аксиоматика классической математики. В этом случае сложное суждение будет «размыто» в ту же меру, что и исходное. Наблюдать такую «размытость» в принципе невозможно.

---

* В недрах чистой науки (в частности, математики) задачи часто ставятся ради удовлетворения любопытства, развлечения, игры ума или упражнения, что также можно рассматривать как цель. Чаще всего такие задачи оказываются бесполезными и ими заполняются научные архивы. Тем не менее, такие работы делались, делаются и будут делаться и в эволюционном плане это оправдано. Таким образом, абсолютно бесцельных задач практически не бывает.

(5). Если процесс неустойчив, то малая «размытость» исходных суждений приводит к большой (порядка единицы) «сложного» суждения. В результате суждение «истинное» или «ложное» в рамках классической логики оказывается ни тем, ни другим, а просто «нецелесообразным» (бессодержательным). В математике это ведет к серьезным последствиям, поскольку ряд теорем (в частности, теорема Лиувилля) при этом теряют силу.

(6). Если процесс построения суждения не сходится, то его следует остановить на любой итерации порядка гугол.

(7). Целесообразными следует считать средние характеристики ансамбля результатов расчетов неустойчивых и/или несходящихся процессов. Усреднение проводится по результатам расчетов, отличающихся выбором произвольного числа порядка гугол (или обратный гугол). Результаты расчета каждого отдельного процесса являются нецелесообразными. Динамика средних характеристик устойчива по определению среднего и расчет ее подпадает под п. (4).

Перечисленные положения представляют собой алгоритм расчета процессов, как устойчивых, так и неустойчивых.

В рамках этого алгоритма отсутствуют противоречия и неоднозначности, характерные для классического подхода. Для иллюстрации приведем несколько примеров.

Первый относится к проблеме временной необратимости и роста энтропии в гамильтоновых системах типа биллиарда Больцмана. В них любая траектория изображающей точки в многомерном фазовом пространстве неустойчива.

Согласно п. (3) нужно начальные условия задавать не в точке, а в малой области, не меньшей, чем обратный гугол, и рассматривать поведение ансамбля точек. Согласно п. (7) целесообразно рассматривать средние характеристики ансамбля. Одной из них является энтропия, определенная, согласно Синаю [14], как логарифм объема фазового пространства внутри всюду выпуклой оболочки, охватывающей ансамбль точек. Эта величина растет со временем и стремится к определенному пределу. По всем свойствам она совпадает с физической энтропией. Этот результат следует считать целесообразным (если считать целью использование его для расчета, например, тепловых машин) и в этом смысле «правильным».

С другой стороны, если рассматривать поведение отдельной траектории (что равносильно заданию начальных условий с абсолютной точностью), то каждый процесс обратим во времени и энтропия расти не может (что и составляет суть теоремы Лиувилля). Этот результат является «верным» (или «истинным») в рамках классической аксиоматики, но согласно (5) нецелесообразным и в этом смысле «неправильным». Результат Синая в том же смысле является целесообразным и «правильным», хотя и «неверным» с точки зрения классической логики.

На этом примере видна разница между понятиями «истинно» («ложно») и «целесообразно» («нецелесообразно»). Напомним, что при рассмотрении устойчивых процессов этой разницы нет.

Проблема Буриданова осла в рамках целесообразной логики решается просто. Ясно, что положение осла неустойчиво. Согласно п. (3) надлежит рассмотреть ансамбль ослов, расположенных не точно между стогами сена, а в интервале порядка гугол. Согласно п. (7) целесообразным является вопрос: как распределятся ослы в пространстве. Ответ ясен: они разделятся на две равные группы и одни пойдут направо, а другие — налево. Такое поведение ослов целесообразно, если их цель — не умереть с голоду. Вопрос: куда пойдет каждый отдельный осел, ставить нецелесообразно. Напомним, в рамках классической математики при точно заданных начальных условиях осел останется стоять на месте и умрет. Такое поведение нецелесообразно даже с точки зрения осла.

Парадокс лжеца, напомним, состоит в следующем: привратник имеет приказ: правдивым людям рубить голову, а лжецов вешать. Предполагается, что правдивый ***всегда*** говорит правду, а лжец ***всегда*** лжет.

К городу подходит путник. Привратник вопрошает: «Кто ты, правдивый человек или лжец?». Путник отвечает: «Я лжец». Что должен сделать привратник?

В рамках классической логики задача решения не имеет, потому и отнесена к разряду парадоксов.

В рамках трехзначной логики любое решение лишено смысла.

В рамках релевантной логики сама задача относится к числу запрещенных.

В рамках целесообразной логики решение состоит в следующем.

В отличие от предыдущего случая промежуточное состояние исключено, а не просто неустойчиво. Каждое из разрешенных состоянии («правдивый» и «лжец») не только неустойчиво, но и нестационарно. Процесс принятия решения состоит из цепи итераций, каждая из которых приводит к противоположному результату. Этот процесс не является сходящимся. В рамках классической математики такой процесс представляет собой отображение предельного цикла Пуанкаре. Сам цикл устойчив, но фаза цикла не устойчива и может быть выбрана произвольно. В данном случае разрешенные состояния соответствуют противоположным фазам цикла. Таким образом, процесс не соответствует п. (4), но подпадает под п. (6).

Согласно (7) следует усреднить результаты по ансамблю итераций. Усредненный результат можно сформулировать в виде: данный путник в меру лжив и в меру правдив (что, кстати, можно отнести ко всем нормальным людям).

Если цель — определить моральный облик путника, то такой ответ следует считать целесообразным. Напротив, результат любой конкретной итерации (путник либо лжив, либо правдив) следует считать нецелесообразным и не применять по отношению к нему упомянутых санкций.

Для сравнения обсудим вариант, когда путник отвечает «я ***всегда*** говорю правду». Этот случай подпадает под п. (4). Процесс принятия решения быстро сходится к результату: путнику надлежит отрубить голову. Такое решение логически безупречно. Кроме того, оно целесообразно, поскольку человек, который ***всегда*** говорит правду, социально опасен.

На этих примерах видно, что в устойчивых ситуациях классическая и целесообразная логика не вступают в противоречие.

Обсудим, что нового содержит целесообразная логика по сравнению с другими.

Главное в ней — использование устойчивости как критерия областей применимости уже известных вариантов логики.

Целесообразная логика не требует изменения традиционной математики. Как правило, математические расчеты начинаются словами «пусть дано...» и кончаются «утверждение доказано». В промежутке между ними используется математика, основанная на формальной логике. В действительности слова «пусть дано» означают, что задача идеализирована и может соответствовать реальности лишь с какой-то точностью, которая определяется целью расчета. Кроме того, по ходу вычислений часто используются предположения типа: «величина ε мала и в первом приближении положим $\varepsilon=0$». При расчете устойчивых процессов целесообразная логика может использоваться только для оценки исходных положений и результатов. В сам расчет она не привносит ничего нового по сравнению с классической, хотя и не противоречит ей. Отличия проявляются только при расчете неустойчивых процессов. Этим и определяется область конструктивной применимости целесообразной логики.

Положение (1) о необходимости постановки цели не ограничивает область применимости целесообразной логики. В действительности определенную цель, хотя бы фантастическую, можно домыслить в любой абстрактной задаче (см. примечание).

Положения (5), (6) и (7) фактически неновы. Более того, в естественных науках они давно и с успехом используются. Можно привести много примеров, когда физик, не задумываясь над «основами», производит усреднение по ансамблю; потому, что это «разумно» и целесообразно. По существу, именно так в свое время поступил Людвиг Больцман. Поэтому формулировку этих положений мы не рассматриваем как новое слово в науке, а скорее как констатацию факта. Тем не менее считаем формулировку целесообразной логики полезной. Возможно, она избавит человечество от схоластических споров и призывов «давайте рассуждать логически». Как правило, эти слова произносятся в тот момент, когда «логические рассуждения» заходят в тупик.

Современный ученый (философ) стоит перед выбором, какую логику предпочесть: формальную, конструктивную или целесообразную? Ситуация такая же, как и при игре в рулетку. Выигрыш — возможность описывать явления природы с единой точки зрения. Проигрыш — опасность погрязнуть в софистических спорах. Крупье — общественное мнение ученого мира. Нужно сказать, что этот крупье на редкость инертен. Действительно в реальных задачах все ученые уже давно используют целесообразность как руководство к действию. Так что реально шарик уже давно в лунке, но крупье еще не сказал своего решающего слова и в дискуссиях по фундаментальным вопросам ставки еще продолжаются.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность И.Е.Герасимовой, В.Г.Буданову и В.И.Аршинову за ценные замечания и плодотворные обсуждения.

Литература

1. ***Заславский Г.Я***. Стохастичность динамических систем. М.: Наука, 1984.

2. Успехи современной электроники. 10, 1997, том посвящен проблемам динамического хаоса.

3. ***Чернавский Д.С***. Проблемы происхождения жизни и мышления с точки зрения физика // УФН. 2000. Т. 170, вып. 2. С. 157-283.

4. ***Чернавский Д.С***. Синергетика и информация. М.: Знание, 1990.

5. ***Жуков А.Б***. Квант. 1998. Вып. 2. С. 32-33.

6. ***Новиков П.С.*** Элементы математической логики. « изд. М.: Наука, 1973.

7. ***Ершов Ю.Л., Палютин Е.А.*** Математическая лотка. М.: Наука, 1979.

8. ***Новиков П.С.*** Конструктивная математическая логика с точки зрения классической. М.: Наука, 1977.

9. ***Клини С.К., Весли Р***. Основания интуиционалистской математики с точки зрения рекурсивных функций. М.: Мир, 1978.

10. ***Сидоренко Е.А***. Релевантная логика. М., 2000.

11. ***Яблонский С.В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б***. Функции, алгебры и классы Поста. М.: Наука, 1966.

12. ***Piroj-Rzepcka R.*** Systemy nonsence logics. W-wa, 1977.

13. ***Koske A***. Neural networks and fuzzy logic. Englweed Cliffs, N.J., Print Hall. 1992.

14. ***Аносов Д.В., Синай Я.Г***. Успехи математических наук. 1967. Т. 22, № 5. С. 107-128.