

*Р.М. Нугаев*

## **Дираковский синтез квантовой механики и специальной теории относительности: интертеоретический контекст**

*Нугаев Ринат Магдиевич* – доктор философских наук, профессор. Поволжский государственный университет физической культуры, спорта и туризма. Российская Федерация, 420138, г. Казань, ул. Деревня Универсиады, д. 35; e-mail: rinatnugaev@mail.ru

В рамках эпистемологической модели смены развитых научных теорий, предложенной в предыдущих работах автора, рассмотрен один из ключевых эпизодов физики XX в. – создание П. Дираком релятивистской квантовой теории электрона (1928). Раскрыта специфика синтеза таких развитых научных теорий, как квантовая механика и специальная теория относительности в свете утверждения метода математической гипотезы, сблизившего дираковский синтез с генезисом общей теории относительности. Рассмотрены как основные принципы, структурировавшие эвристику дираковской научно-исследовательской программы, так и основные этапы ее развертывания. Утверждается, что, несмотря на неоднократные заявления Дирака о нерелевантности его исследовательской деятельности и философии, все же можно констатировать определенное косвенное влияние ряда теоретико-методологических принципов, имевшее место через труды А. Эддингтона, с которыми Дирак был прекрасно знаком. Рассмотрены ключевые моменты эддингтоновской философии науки, повлиявшие на дираковский синтез.

**Ключевые слова:** квантовая механика, специальная теория относительности, синтез, общая теория относительности, П. Дирак, А. Эддингтон

### **Введение**

Синтез английским физиком-теоретиком Полем Дираком специальной теории относительности (СТО) и нерелятивистской квантовой механики (НКМ) был подготовлен всем предшествующим ходом развития науки. Но этот эпизод занимает в истории и методологии науки особое место.

Во-первых, невзирая на то, что рассматриваемый синтез с начала и до конца был осуществлен одним и тем же молодым человеком – сначала аспирантом, а затем преподавателем кембриджского университета – отношение Дирака к философии слишком хорошо известно для того, чтобы останавливаться на нем подробно. Для обладателя диплома инженера-электрика характерно было подчеркнута скептическое отношение к эпистемологии, которая в лучшем случае лишь занималась «тем, что было» и что, увы, бесследно прошло и не могло задать ориентиры, необходимые для успешной исследовательской деятельности. В данном отношении взгляды Дирака отчетливо контрастировали со взглядами одного из сильнейших его конкурентов В. Гейзенберга, который часто цитировал И. Канта, или, скажем, Н. Бора, который ссылался даже на С. Кьеркегора (не говоря уже об Э. Шредингере, который собирался заниматься философией профессионально).

Во-вторых, практически не существует черновиков, записных книжек, дневниковых записей и т.д., которые могли бы позволить выявить дираковскую «логику открытия». Правда, известен отзыв одного из коллег Дирака о том, что его статьи появляются как прекрасные [греческие] статуи, извлеченные итальянским крестьянином в своем саду в эпоху Возрождения, в полном и законченном виде.

Все сказанное выше делает необходимой рациональную реконструкцию дираковского синтеза – прежде всего в целях сравнения с другими образцами синтеза и выявления его специфики. Это интересно и из-за той значимой роли, которая дираковская релятивистская теория электрона сыграла во второй научной революции вообще и в создании как квантовой электродинамики (КЭД), так и квантовой теории поля (КТП) в частности. Нельзя забывать, что КЭД явилась образцом для применения идей калибровочного подхода к другим видам взаимодействий – слабым, сильным и, наконец, гравитационным (теория струн).

Цель данной статьи – попытаться, невзирая на отсутствие *прямых* указаний Дирака, выделить основные эвристические принципы синтеза СТО и НКМ (первый раздел) и показать, как они были реализованы на практике (второй раздел).

### **Основные эвристические принципы научно-исследовательской программы П. Дирака**

(I) В качестве первого принципа можно выделить устойчивые представления Дирака о *последовательном* (gradual) эволюционном развитии науки и о необходимости *постепенных* (piecemeal) изменений содержания ее теорий [Bokulich, 2004]. В данном отношении взгляды П. Дирака решительно расходились со взглядами его друга В. Гейзенберга.

Гейзенберг ратовал за холистскую интерпретацию развитой физической теории. Ключевым моментом последней был типично дюгемовский тезис о целостности содержания научной теории, когда малейшие изменения содержания одной ее части мгновенно приводили к изменениям содержания всех остальных частей. Соответственно, всякая научная революция должна состоять

в одновременном (и резком) изменении всей «парадигмы» сразу, в изменении воззрений на какую-либо предметную область. Одно из важных следствий подобного понимания – «тезис Куна–Фейерабенда» о несоизмеримости содержаний «старой» и «новой» парадигм. Действительно, завершенная, или замкнутая (closed), теория, по Гейзенбергу, – это такая теория, которая совершенно правильна в пределах своей области применимости и справедлива на все времена. Элементы такой теории настолько тесно взаимосвязаны, что ни один из них не может быть элиминирован без уничтожения всей системы.

Судя по всему, особенно интенсивно проблемы завершенности развитых теорий обсуждались в 1929 г. Гейзенбергом и Дираком во время их совместного тура по США [Heisenberg, 1971, chapter 8]. Но историки науки полагают [Bokulich, 2004], что первоначальные представления о завершенных теориях могут быть обнаружены и раньше [Heisenberg 1926a; Heisenberg 1926b]. В своей широко известной «Физике и философии» Гейзенберг приводит следующие яркие примеры:

Ньютон начинает свои «Принципы» с группы дефиниций и аксиом, которые взаимосвязаны таким образом, что образуют то, что может быть названо «завершенной системой». (...) Вторая замкнутая система понятий была сформирована в девятнадцатом столетии в связи с теорией тепла... Третья замкнутая система понятий и аксиом коренится в явлениях электричества и магнетизма и приобрела свой конечный вид в первой декаде двадцатого столетия в работах Лоренца, Эйнштейна и Минковского. Она охватывает электродинамику, специальную теорию относительности, оптику и теорию магнетизма. (...) Четвертая когерентная система – это, главным образом, квантовая теория [Heisenberg, 1958, p. 93, 98–100].

Дирак, напротив, начиная с аспирантских статей, всегда настойчиво подчеркивал преемственность классической механики и механики квантовой. В соответствии с т.н. «тезисом Формана» различия во взглядах, судя по всему, определялись разными социокультурными контекстами английской и немецкой систем образования того времени. Для немецкого послевоенного поколения, поколения молодых людей страны, которая потерпела сокрушительное поражение в Первой мировой войне, были характерны попытки резко порвать с прошлым, стремление противопоставить собственные взгляды дискредитировавшим себя взглядам отцов, приведшим к развязыванию мировой войны. Вместе с тем в единственной статье, посвященной философии физики и многообещающе озаглавленной «Отношение между математикой и физикой», Дирак заявляет:

Различие [между квантовой и классической механикой] можно сформулировать кратко, но в довольно абстрактном виде, сказав, что динамические переменные в квантовой механике подчиняются алгебре, в которой аксиома коммутативности умножения не выполняется. *Во всем остальном существует чрезвычайно близкая аналогия между квантовой механикой и старой механикой.* В самом деле, воистину примечательно, насколько старая механика оказывается приспособленной к обобщению на некоммутативную алгебру. Все *элегантные* черты старой механики могут быть перенесены в новую, где они появляются вновь, отличаясь удвоенной красотой (курсив мой. – Р.Н.) [Dirac, 1938–1939, p. 125].

(II) Второй по счету (но не по значимости!) принцип, выдвинутый Дираком в качестве стержневого, – *принцип математической красоты*. Он настолько важен для Дирака, что «теория, обладающая математической красотой, обладает большей вероятностью быть правильной, чем уродливая, которая удовлетворяет определенным экспериментальным данным» [цит. по: Bokulich, 2004, p. 29]. Недавно специалист в области истории и методологии науки О. Дарриголь обнаружил неопубликованный вариант статьи Дирака, в котором содержится следующая фраза, проливающая свет на понимание Дираком этого важнейшего для него эвристического принципа:

Квантовая механика в настоящее время обрела форму, в которой она, несомненно, красива и в определенных отношениях даже более красива, чем классическая теория. Это обусловлено тем фактом, что новая квантовая механика требует чрезвычайно мало изменений со стороны классической теории, изменений, имеющих фундаментальную природу, так что многие черты классической теории, которым она обязана своей привлекательностью, могут быть перенесены в неизменном виде в квантовую теорию [цит. по: *ibid.*, p. 25].

(III) С рассмотренными выше принципами тесно связан и третий, с нашей точки зрения, не менее важный принцип дираковской эвристики: идеалом, образцом математической красоты для него служила общая теория относительности (ОТО). Соответственно, эйнштейновский опыт ее построения имел для проблемы объединения СТО и НКМ решающее значение. Особенно сильно, если верить его биографам, на Дирака повлиял тот факт, что ОТО создавалась без какой-либо видимой связи с экспериментом и, как не уставал подчеркивать А. Эддингтон, ни в коем случае не как непосредственное обобщение опытных данных. Это, тем не менее, не помешало ОТО не только прекрасно объяснить аномальную прецессию перигелия Меркурия, на тот момент известную более полувека, но и блестяще предсказать отклонение лучей света в гравитационном поле Солнца. Предсказание было подтверждено в 1919 г. экспедицией английских астрономов под руководством сэра А. Эддингтона, что и явилось, судя по всему, весомым поводом для присуждения Эйнштейну Нобелевской премии уже в 1921 г.

Чрезвычайно большую роль в формировании английского физика-теоретика сыграл тот факт, что с самого начала знакомства с ОТО Дирак был настолько ей очарован (не без влияния работ и лекций А. Эддингтона), что собирался заниматься в кембриджской аспирантуре именно этой теорией. И только когда выяснилось, что в Кембридже отсутствует специалист, способный выступить в качестве научного руководителя такой работы, бывший безработный инженер-электрик вынужден был принять предложение Р. Фаулера и заняться квантовой теорией. Тем не менее даже в процессе написания своей диссертации Дирак посещал лекции по ОТО, которые читались ее крупнейшим английским знатоком А. Эддингтоном; существенно также, что он имел возможность тщательно и подробно обсуждать ее основы при личных встречах. То, что Дирак познакомился с ОТО не, так сказать, в подлиннике, а только через призму работ Эддингтона, который как специалист в области ОТО был известен в послевоенной Англии «даже более, чем сам Эйнштейн», – тоже имело, с нашей

точки зрения, большое значение. Вот как Дирак характеризует роль Эддингтона в продвижении ОТО:

Мы и в самом деле не имели никаких шансов понять по-настоящему теорию относительности вплоть до 1923 г., пока Эддингтон не опубликовал свою книгу «Математическая теория относительности», которая содержала всю информацию, необходимую для *должного* (курсив мой. – Р.Н.) понимания основ этой теории. Эта математическая информация была пересыпана [interspersed] большим количеством философии. У Эддингтона были свои философские взгляды, которые, я думаю, несколько отличались от взглядов самого Эйнштейна, но были развиты на их основе [цит. по: Ruckman, 1982, p. 182].

Интригующая цитата. Какую же «философию относительности» Эддингтона имел в виду знающий о ней не понаслышке Дирак? В поисках ответа может помочь другая важная (и похоже уникальная!) цитата Дирака. Еще в 1931 г. Дирак предварил свою знаменитую статью по магнитному монополю следующими рассуждениями, которые легли в основу будущего развития теоретической физики. Он указал на то, что предстоящие изменения в стиле научных исследований обещают быть настолько радикальными, что могут оказаться за пределами человеческого интеллекта. Последний будет способен вникнуть в содержание этих идей только при помощи *математической спекуляции*. В свете предстоящих изменений практичный Дирак предложил некий окольный путь. «Самым эффективным методом продвижения вперед» на этом пути должно стать

совершенствование и продвижение математического формализма, который образует существующий базис теоретической физики; и *после* каждого успеха в данном направлении надо попытаться интерпретировать эти новые математические черты в терминах физических величин (при помощи процесса, подобного *эддингтоновскому Принципу Идентификации*) (курсив мой. – Р.Н.) [Dirac 1931, p. 60].

Что же это за принцип? Сам Эддингтон, разъясняя его, ссылаясь в своей фундаментальной монографии прежде всего на математическую идентификацию векторных и тензорных структур его «инфинитезимальной мировой геометрии» со структурами гравитации и электромагнетизма, произведенную Г. Вейлем [Weyl, 1919]. Несмотря на то, что знаменитая вейлевская «единая теория поля» оказалась нереализуемой, это не уменьшило привлекательности источника эддингтоновского и вейлевского вдохновения – истории генезиса ОТО. В самом деле, эйнштейновская т.н. геометризация гравитационного поля в 1914–1915 гг. (создание сначала Entwurf'a вместе с М. Гроссманом, а затем и ОТО) сформировала образец («парадигму») всего геометрического объединения современной физики. Напомним, что создание фундаментальной теоретической схемы ОТО произошло за счет *последовательного* синтеза «неметрических» частных теоретических схем Абрагама, Нордстрема и самого Эйнштейна, разработанных в 1907–1914 гг. [Nugayev, 2018]. Этот синтез, завершившийся нахождением уравнений Эйнштейна–Гильберта, оказался возможным только благодаря конструированию «гибридного» или, в терминах

А. Эддингтона, «дуального» объекта – метрического тензора  $g_{\mu\nu}$ . Последний и объединяет в себе «геометрию» и «физику». С одной стороны, данный тензор – это сугубо геометрическая величина, характеризующая измеряемые длины, расстояния и времена. Но, с другой стороны,  $g_{\mu\nu}$  – это десять независимых величин, репрезентирующих потенциалы гравитационного поля, значения которых в каждой точке пространства-времени определяются характером распределения масс и энергий, репрезентируемого тензором энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$ . В этом случае напряженность гравитационного поля описывается тензором кривизны  $R_{\mu\nu}$ , симметрично содержащим производные по 4 координатам от метрического тензора.

В итоге гибридный характер метрического тензора как компендиума полевых величин выражается в том, что в ОТО он был геометризован, т.е. внедрен в геометрию пространства-времени. При этом Эддингтон выделял особую роль дифференциальной геометрии в вейлевско-гуссерлианском конструировании (world building) «физического мира» – тех объектов, которые являются «синтезом всех аспектов» по отношению к всевозможным наблюдателям. В научно-популярной монографии «Пространство, время и гравитация», опубликованной в Кембридже в 1920 г. и предварявшей «Математическую теорию относительности» [Eddington, 1923], Эддингтон подчеркивал:

Физическая реальность является синтезом всех физических аспектов Природы... В отношении же этих экспериментальных дедукций (т.е. следствий из ОТО, подобных смещению перигелия Меркурия или отклонению лучей света в гравитационном поле Солнца. – Р.Н.) могут быть некоторые иллюзии; но даже если это не так, мы должны признать, что относящаяся к свету физическая реальность должна быть неким синтезом понимания обоих проявлений... Реальность получается только в результате комбинирования всех мыслимых точек зрения [Eddington 1920, p. 182].

Следовательно,

в конечном счете, если этот «синтез» произведен корректно, физические величины должны быть репрезентированы тензорами в четырехмерном пространстве-времени [цит. по: Ruckman 2005, p. 198].

Поэтому

четырёхмерное геометрическое представление мира Минковского является «синтезом», необходимым для произведения измерений всеми наблюдателями, находящимися в состоянии равномерного прямолинейного движения друг по отношению к другу [цит. по: *ibid.*, p. 184].

Подведем итоги, выделив основные этапы генезиса ОТО, имевшие принципиальное значение для формирования теории Дирака.

(1) *Создание ряда «гибридных» теоретических схем*, вызванное «встречей» различных базисных исследовательских традиций (таких как ньютоновская теория тяготения и СТО или СТО и НКМ). Каждая из гибридных схем обладает своими собственными преимуществами и описывает свою собственную предметную область, так что возникает естественная потребность в их синтезе и конструировании глобальной теоретической схемы, отношения между

теоретическими объектами которой описываются фундаментальными уравнениями глобальной теории. В случае генезиса ОТО эти гибридные теоретические схемы были представлены неметрическими теориями Абрагама, Нордстрема и Эйнштейна; в случае дираковского синтеза – полуфеноменологическими теориями Клейна–Гордона–Фока и Паули–Гейзенберга–Иордана.

(2) Выясняется, что непосредственное разрешение проблемной ситуации за счет возведения базисных объектов какой-либо одной из созданных гибридных теоретических схем на пьедестал глобальной теории не проходит. Осознается, что искомый синтез возможен только путем «радикальной трансформации» (Дирак) – посредством привлечения какой-либо принципиально новой области математики, система понятий которой способна образовать «нейтральный язык» для описания и сравнения всех полученных гибридных схем. В частности, при создании Максвеллом фундаментальной теоретической схемы [Stepin, 2005] классической электродинамики подобным языком послужил язык векторного исчисления, представленный уравнениями гидродинамики с его операциями  $\operatorname{div} \mathbf{E}$  и  $\operatorname{rot} \mathbf{H}$  [Nugayev, 2015]. В истории генезиса ОТО подобным языком стал язык римановой геометрии и тензорного анализа, поскольку именно тензоры являются теми геометрическими объектами, отношения между которыми сохраняются при переходе от одной неинерциальной системы отсчета к другой. В генезисе дираковской теории роль такого языка сыграл язык спинорного исчисления с его алгеброй Клиффорда, обращение к которому произошло еще в работах В. Паули 1926 г.

(3) Приобретенный нейтральный язык привлекается для обобщения всех имеющихся гибридных схем и нахождения наиболее простого уравнения, содержащего встретившиеся гибридные закономерности в виде своих частных случаев («Entwurf» Эйнштейна и Гроссмана; уравнение Дирака). Подобное обобщение имеет место, как правило, в одной из встретившихся гибридных теоретических схем и сначала отличается «локальным» характером, но затем приобретает глобальное значение. Пример – гипотеза Абрагама, обобщившая четырехмерную метрику Минковского на случай зависимости метрического тензора от координат, или введение четырехмерной  $\psi$ -функции Дираком.

(4) Наступает самый ответственный этап. Среди математических объектов, отношения между которыми описываются предложенными уравнениями глобальной теории, необходимо найти такой, который обладает свойствами базисного объекта глобальной теоретической схемы. Другими словами, необходимо раскрыть «дуальный» (в терминологии Эддингтона), или «гибридный» (в нашей терминологии), характер этого теоретического объекта и показать, что он одновременно обладает и определенными геометрическими свойствами, преобразуясь (как тензор  $g_{\mu\nu}$ ), и рядом существенно физических свойств, связанных с тем, что он преобразуется как неприводимое представление группы Пуанкаре, Лоренца, etc. Это выявление т.н. физического, операционального смысла математических объектов должно позволить сравнивать полученные количественные соотношения с экспериментом.

Соответственно, в дираковской теории электрона волновые функции описываются 4-векторами  $\psi$  (т.н. биспинорами), компоненты которых являются комплексными числами; две из них соответствуют т.н. матрицам Паули. При

этом и в теории Дирака, и в квантовой теории поля вообще биспиноры описывают такие фундаментальные частицы, как электроны и кварки. При преобразованиях группы Лоренца, описывающих симметрии пространства Минковского, спиноры преобразуются как специфические неприводимые представления этой группы – как совокупность операторов в гильбертовом пространстве. Именно симметрии плоского пространства-времени в соответствии с теоремой Нетер позволяют электронам и кваркам обладать такими сохраняющимися свойствами, как масса, спин и заряд.

Поэтому  $\psi$  – важнейший математический конструкт уравнения Дирака – обладает явной дуальной структурой. С одной стороны, это типичный биспинор, который при изменениях координатной системы, включающих повороты в 3-мерном пространстве и преобразования между быстро движущимися друг относительно друга системами отсчета, преобразуется не как вектор обычного пространства, а как вектор в особом пространстве, называемом «внутренним» и не пересекающимся с обычным, «внешним» пространством. Но, с другой стороны,  $\psi$  – это в первом приближении амплитуда вероятности одного электрона, связанная с плотностью заряда и тока дираковской частицы. В силу сохранения заряда сохраняется и величина, которую считают полной вероятностью нахождения частицы. Теория Дирака не только описывала геометрические свойства спиноров, но смогла предсказать и магнитный момент электрона, и тонкую структуру линий в спектре атомов, и, главное, существование античастиц (позитронов).

### **Основные этапы создания дираковской теории релятивистского электрона**

К 1928 г. дела в области квантовой теории обстояли следующим образом. Первые революционные попытки Планка (1900), Эйнштейна (1905) и Бора (1913), относившиеся к т.н. старой квантовой теории [Nugayev, 2020], сменились периодом накопления обильных экспериментальных данных в рамках новой парадигмы, завершившимся созданием двух совершенных и законченных вариантов нерелятивистской квантовой механики, предложенных Э. Шредингером и В. Гейзенбергом в 1926 г. И Дирак продемонстрировал, что эти варианты эмпирически эквивалентны [Dirac, 1927]. Закономерно встал вопрос о создании релятивистской квантовой механики, и в результате первых, непосредственных попыток соединения принципов СТО и квантовой механики были сконструированы следующие гибридные теоретические схемы.

Во-первых, сам Шредингер после вывода весной 1926 г. своего знаменитого уравнения тут же предпринял попытку получения его релятивистского варианта за счет внесения релятивистских поправок в уравнение Гамильтона – Якоби для электрона в электромагнитном поле [Schrödinger 1926]. В самом деле, СТО требует, чтобы энергия свободной частицы описывалась выражением  $H^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4$ . Для получения квантово-механического аналога этого уравнения мы должны заменить соответствующие переменные операторами, представляющими производные по всем 4 координатам. В итоге мы имеем  $\Delta\psi - (1/c^2)\partial^2\psi / \partial t^2 - m^4 c^4/\hbar^2 = 0$ . Данное соотношение, выведенное также и рядом



других исследователей, еще в 1926 г. получило название уравнение Клейна–Гордона–Фока.

Во-вторых, в том же году В. Паули для того, чтобы объяснить гипотезу спина, выдвинутую Дж. Уленбеком и С. Гаудсмитом и качественно вполне адекватно объяснявшую спектральные данные, относившиеся к т.н. аномальному эффекту Зеемана, модифицировал уравнение Шредингера, введя в гамильтониан члены, содержавшие т.н. спиновые операторы, которые описывались 2-мерными матрицами [Pauli, 1926]. Вкратце методологию Паули можно представить следующим образом. Вместо невозмущенного гамильтониана  $H_0$ , репрезентирующего базисное состояние электрона как квантовой системы, был введен итоговый гамильтониан  $H = H_0 + H_1 + H_2$ , где  $H_1$  – вклад со стороны магнитного поля, а  $H_2$  – вклад, характеризующий спин электрона. В дальнейшем эта теория была усовершенствована В. Гейзенбергом и П. Иорданом [Heisenberg, Jordan, 1926].

В итоге к 1928 г. были построены две типичные гибридные теоретические схемы, которые пытались объединить СТО и квантовую механику за счет введения бесхитростных релятивистских ad hoc поправок в те или иные части гамильтониана для того, чтобы получить уравнение Шредингера, описывавшее релятивистский электрон. Но все эти попытки оказались неудовлетворительными. С одной стороны, частная теоретическая схема Клейна–Гордона–Фока, прекрасно соответствуя принципам СТО, расходилась не просто с экспериментальными данными, но с принципами квантовой теории. С другой стороны, частная теоретическая схема Паули–Гейзенберга–Иордана, прекрасно объяснявшая расщепления спектральных линий и согласовывавшаяся с принципами квантовой механики, расходилась с принципами СТО.

Общая причина неудач состояла в гибридном, временном характере результатов, которые были получены за счет частных модификаций известных теоретических традиций. Необходим был общий подход, выдвижение некоего общего эвристического принципа, аналогичного эйнштейновскому принципу эквивалентности, постулировавшего тождественность гравитации и инерции, и реализация его в последовательности все более и более совершенных теорий. Систематическое применение данного принципа должно было постепенно привести к нахождению общих уравнений, описывающих соотношения между определенными математическими конструктами. Возведение этих конструктов в ранг абстрактных объектов глобальной теоретической схемы и их эффективная операционализация должны были позволить вывести такие следствия, которые могли бы быть сопоставлены с экспериментальными данными. Всем этим требованиям отвечала статья П. Дирака «Квантовая теория электрона» [Dirac, 1928].

В теории Дирака роль «онтологического» принципа эквивалентности ОТО играл эпистемологический принцип математической красоты, во многом сводившийся, как было отмечено выше, к требованию внесения минимальных по сравнению с классическими теориями изменений в новую, неклассическую теорию. Но это требование не исчерпывало, на наш взгляд, содержание важнейшего для Дирака эвристического принципа. Необходимо учитывать еще и его синтетический, эдингтоновский и вейлевский аспект – обращение при

формулировке уравнений к такому математическому языку, который способен осуществить *подлинный синтез* геометрии и физики, вводя математические конструкты, эффективно интегрирующие и чисто математические, трансформационные, и сугубо физические, материальные свойства. Поэтому несомненный интерес представляет гипотеза крупнейшего исследователя творчества Дирака датского историка науки Х. Крэга (Н. Kragh) о том, что, конструируя фундаментальную теоретическую схему своей теории, Дирак, возможно, обращался к творчеству немецких математиков XIX в., связанному с алгебрами Клиффорда.

Как бы то ни было, математическая красота, очевидно, состоит не только в получении максимального числа результатов минимальными средствами, но и в возможности одним элегантным жестом объединить никак, казалось бы, не связанные друг с другом представления. Примерами такого интегрального математического языка являются векторное исчисление, представленное гидравлическими максвелловскими моделями, и тензорное исчисление ОТО Эйнштейна.

Исходным материалом для построения релятивистской теории электрона могла стать теория Паули: необходимо было просто сформулировать ее лоренц-инвариантным образом, обобщив матрицы  $2 \times 2$  на случай  $4 \times 4$ . Но Дирак претендовал на большее.

Первый этап его исследования состоял во введении *принципиально нового математического конструкта*: 4-компонентной волновой функции  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$ . Этот шаг был чрезвычайно смелым и рискованным, поскольку никаких эмпирических указаний в пользу такого обобщения не существовало. В конце концов спин электрона мог принимать только два значения, но не четыре.

Следующие шаги, естественно, состояли и в релятивистских обобщениях двумерных матриц Паули на 4 измерения, и в симметричном ранжировании всех производных, которые должны были выглядеть в соответствии с релятивистской инвариантностью одинаковым образом, и т.д. и т.п. (см. технические подробности в учебниках, подобных [Bjorken, Drell, 1989], или, еще лучше, в дотошных историко-научных исследованиях, подобных статьям [Kragh, 1982] или [Valente, 2020]).

В итоге Дирак пришел к следующему релятивистскому уравнению для свободного электрона:

$$[p_0 - \rho_1 (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{p}) - \rho_3 mc] \psi = 0,$$

где  $p_0 = i\hbar \partial / c \partial t$ ,  $p = (p_1, p_2, p_3)$ ;  $p_r = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x(r)}$ ,  $r = 1, 2, 3$ ;  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  – вектор, сформированный при помощи указанных  $4 \times 4$  матриц Дирака.

Таким образом, успешный синтез состоял в получении уравнения, пространственно-временные свойства которого преобразовывались в соответствии с СТО, а квантовые свойства – в соответствии с трансформационными свойствами квантовой механики. Но главное достижение теории Дирака состояло, конечно, в теоретическом воспроизведении спина электрона, который естественно оказывался теперь строго релятивистским следствием его теории.

Изящный вывод корректных спиновых и магнитных моментов электрона позволил Дираку легко объяснить все имевшиеся спектроскопические головоломки – эффекты Зеемана, Пашена–Бака и формулу Зоммерфельда. Но, пожалуй, самое неожиданное следствие релятивистской теории Дирака – предсказание нового вида материи, т. н. антиматерии, существование которой никем ранее не ожидалось и было подтверждено через несколько лет. Только после этого открытия все закономерные сомнения в справедливости и плодотворности дираковского синтеза СТО и квантовой механики полностью отпали.

### Заключение

На интернет-портале Quora, специализирующемся на коротких вопросах-ответах, на вопрос «Как бы Вы объяснили уравнение Дирака дилетанту?» последовал следующий лаконичный ответ: квантовая физика была первоначально открыта за счет исследования объектов в мире относительно медленных движений; Дирак распространил ее на мир больших скоростей, – мир СТО, что позволило учесть такое свойство электрона, как спин, – чрезвычайно быстрое его вращение вокруг собственной оси.

Неслучайно эта схема легла в основу структуры рассматриваемой статьи Дирака «Квантовая теория электрона». Представляется, что данный факт служит особенно яркой иллюстрацией необходимости лежащего в основе современной философии науки различения *логики открытия* и *логики подтверждения* научной гипотезы. Разумеется, логика открытия выглядела совершенно иначе, как это, в частности, выяснилось много позже благодаря интервью, данному Дираком историку науки Д. Мейре (J. Mehra):

Меня совершенно не интересовало внесение спина электрона в волновое уравнение, я вообще не рассматривал этот вопрос и никак не использовал работу Паули. Причина этого состоит в том, что мой доминирующий интерес состоял в получении такой релятивистской теории, которая согласовывалась бы с моей общей *физической интерпретацией и трансформационной теорией* [квантовой механики] (курсив мой. – Р.Н.). Я тогда думал, что данная проблема должна быть сначала решена для возможно самого простого случая бесспиновой частицы, и только после этого мы должны пытаться учесть спин [цит. по: Mehra, Rechenberg, 2000, p. 290].

Поэтому первым важным фактором дираковского синтеза явилось то обстоятельство, что он оказался закономерным продолжением *предыдущих* фундаментальных исследований ученого, состоявших, как известно, в удавшихся попытках раскрыть эмпирическую эквивалентность гейзенберговского и шредингеровского вариантов квантовой механики за счет разработки собственного подхода, рассматривавшего трансформационные свойства «бра» и «кет» векторов в гильбертовом пространстве.

Вторым решающим фактором послужило то обстоятельство, что искомым синтез СТО и квантовой механики был произведен на основе наиболее законченного для того времени образца – генезиса ОТО. Но «объединение геометрии и физики» стало возможным за счет использования *принципиально нового математического аппарата* – тензорного исчисления, которое сыграло для

Эйнштейна роль нейтрального теоретического языка, позволившего сравнить и поэтому объединить частные теоретические схемы неметрических теорий Абрагама, Нордстрема и самого Эйнштейна. Как позже подчеркивал Дирак в статье «Квантовые сингулярности в электромагнитном поле»,

неевклидова геометрия и некоммутативная алгебра, которые когда-то рассматривались как чистые фикции ума и развлечения для логических мыслителей, оказались в наше время чрезвычайно необходимыми для описания общих фактов физического мира. Представляется вероятным, что этот процесс возрастания абстракции продолжится в будущем и что успехи в физике будут ассоциироваться с *непрерывной модификацией и обобщением* (курсив мой. – Р.Н.) аксиом математического базиса, но не с логическим развитием любой математической схемы на фиксированном основании [Dirac, 1931, p. 60].

Но если Эйнштейн обобщал наличные теоретические схемы при помощи языка тензорного анализа, то Дирак обобщил теоретические схемы Клейна–Гордона–Фока и Паули–Гейзенберга–Иордана при помощи мощного и разработанного языка теории спиноров и алгебры Клиффорда.

Третьим фактором синтеза явилось то обстоятельство, что Дирак усвоил специфику синтеза ОТО не за счет личных контактов с ее создателем или тщательного изучения первоисточников, а через весьма специфическую призму деятельности его кембриджского коллеги и наставника – английского астронома А. Эддингтона, автора лучшего (по мнению самого Эйнштейна) изложения СТО и ОТО – монографии «Математическая теория относительности». Отметим, что для Эддингтона математические конструкты геометрии – тензоры, векторы и «квадратные корни из векторов» (спиноры) – представляли собой некие первокирпичики для конструирования физического базиса Вселенной на основе «синтеза представлений» в соответствии с его гуссерлианскими представлениями в духе теорий Картана и Вейля. Поэтому, восприняв приемы конструирования дуальных (гибридных) объектов, содержавших помимо прочего рецепты интерпретации новых математических свойств в терминах физических величин (при помощи процесса, аналогичного «принципу идентификации» Эддингтона), Дирак не спешил раскрывать сами философские принципы эддингтоновской философии. Последние вызывали крайне негативную реакцию у большинства копенгагенски настроенных физиков (а Паули даже назвал их – правда, в одном из писем, не публично! – «полной чепухой»). Хотя, когда речь шла о других влияниях Эддингтона, оказавших значительное воздействие на науку XX в., – будь то космологическая «гипотеза больших чисел», приведшая к антропному принципу, или  $\delta$ -функция – Дирак связи с Эддингтоном не стеснялся [Mehra, Rechenberg, 2000]. Поэтому, подчеркивая важность принципа математической красоты при построении новых теорий, Дирак осторожно и туманно отмечал, что последняя присуща всем объектам Природы и поэтому может быть раскрыта теоретиком в своих теоретических моделях. Правда, неизбежно встает вопрос о том, почему Природа устроена именно так, а не иначе, и кто же все-таки постарался ее таким образом устроить. Но этот вопрос Дирак, судя по всему, адресовал философам (и теологам).

## Список литературы/References

- Bjorken, Drell, 1978 – Bjorken, D., Drell, S. D. *Relativistic Quantum Mechanics*. New York: McGraw-Hill Education, 1998. 396 pp.
- Bokulich, 2004 – Bokulich, A. “Open or closed? Dirac, Heisenberg and the relation between classical and quantum mechanics”, *Studies in History and Philosophy of Science*, 2004, vol. 35, no. 3, pp. 377–396.
- Dirac, 1927 – Dirac, P.A.M. “The Physical Interpretation of the Quantum Dynamics”, *Proceedings of the Royal Society (London)*, 1927, vol. 113, pp. 621–641.
- Dirac, 1928 – Dirac, P.A.M. “The Quantum Theory of the Electron”, *Proceedings of the Royal Society (London)*, 1928, A 117 (1928), pp. 610–624.
- Dirac, 1931 – Dirac, P.A.M. “Quantized Singularities in the Electromagnetic Field”, *Proceedings of Royal Society, London*, 1931, A133, pp. 60–72.
- Dirac, 1938–1939 – Dirac, P.A.M. “The Relation between Mathematics and Physics”, *Proceedings of the Royal Society (Edinburgh)*, 1938–1939, vol. 59, part II, pp. 122–129.
- Eddington, 1920 – Eddington, A. *Space, Time and Gravitation. An Outline of General Relativity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1920. 232 pp.
- Eddington, 1923 – Eddington, A. *The Mathematical Theory of Relativity*. Cambridge: The Cambridge University Press, 1923. 284 pp.
- Heisenberg, 1926a – Heisenberg, W. “Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantummechanik”, *Zeitschrift für Physik*, 1926, vol. 38, pp. 411–426.
- Heisenberg, 1926b – Heisenberg, W. “Quantenmechanik”, *Die Naturwissenschaften*, vol. 14, pp. 899–994.
- Heisenberg, 1958 – Heisenberg, W. *Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science*. New York: Harper & Row, 1958. 256 pp.
- Heisenberg, 1971 – Heisenberg, W. “Atomic Physics and Pragmatism”, in: *W. Heisenberg, Across the Frontiers*. New York: Harper & Row, 1971, pp. 184–191.
- Heisenberg, Jordan, 1926 – Heisenberg, W., Jordan, P. “Andwendung der Quantenmechanik auf der Problem der anomalen Zeemaneffekte”, *Zeitschrift für Physik*, 1926, vol. 37, pp. 263–277.
- Kragh, 1981 – Kragh, H. “The Genesis of Dirac’s Relativistic Theory of Electrons”, *Archive for History of Exact Sciences*, 1981, vol. 24, pp. 31–52.
- Mehra, Rechenberg, 2000 – Mehra, J., Rechenberg, H. *The Historical Development of Quantum Theory, vol. 6, The Completion of Quantum Mechanics 1926–1941, part I, The Probability Interpretation and the Statistical Transformation Theory*. New York: Springer-Verlag, 2000. 878 pp.
- Nugayev, 2015 – Nugayev, R.M. “Communicative Rationality of the Maxwellian Revolution”, *Foundations of Science*, 2015, vol. 20, no. 4, pp. 447–478.
- Nugayev, 2018 – Nugayev, R. M. *Einstein’s Revolution: A Study in Theory Unification*. Sharjah, UAE: Bentham Science Publishers, 2018. 204 pp.
- Nugayev, 2020 – Nugayev, R. M. *The Planck-Einstein Breakthrough: Reconciliation of the Pivotal Research Programs of the Classical Physics*. Montreal: Minkowski Institute Press, 2020. 253 pp.
- Pauli, 1926 – Pauli, W. “Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik”, *Zeitschrift für Physik*, 1926, vol. 36, pp. 336–363.
- Ryckman, 1982 – Ryckman, T. *The Reign of Relativity. Philosophy in Physics 1915–1925*. Oxford: Oxford University Press, 1982. 317 pp.
- Schrödinger, 1926 – Schrödinger, E. “Quantisierung als Eigenwertproblem”, *Annalen der Physik*, 1926, vol. 79, pp. 361–376.
- Stepin, 2005 – Stepin, V.S. *Theoretical Knowledge*. Dordrecht: Springer, 2005. 398 pp.

Valente, 2020 – Valente, M. *The Dirac equation and its interpretations* [http: www.researchgate.net/publication/340664785, accessed on 03.03.2020].

Weyl, 1919 – Weyl, H. *Raum, Zeit, Materie*. Berlin: Springer, 1919. 372 pp.

## **Paul Dirac’s peculiar synthesis of quantum mechanics and special relativity: an intertheoretic context**

*Rinat M. Nugayev*

Volga Region State University. 33 Universiade Village, Kazan, 420138, Russian Federation; e-mail: rinatnugaev@mail.ru

One of the key episodes of the history of modern physics – Paul Dirac’s 1928 contrivance of the relativistic theory of the electron – in the context of lucid epistemological model of mature theory change is elicited. The peculiar character of Dirac’s synthesis of special relativity and quantum mechanics is revealed by comparison with Einstein’s methodology of the General Relativity creation. The structure of Dirac’s scientific research programme and first and foremost the three pivotal principles that put up its heuristics is scrutinized with special emphasis on the “mathematical beauty”. It is contended that it was the general relativity genesis elicited in Eddington’s masterpiece “The Mathematical Theory of Relativity” that constituted Dirac’s synthetic paradigm with its emphasis on mathematical speculation, continual modification and generalization of the basic axioms and with the Clifford algebra and Weyl’s bispinors playing the dual lead of Riemannian geometry and Einstein’s metrical tensor. It is punctuated that in spite of the relentless Dirac’s remarks underestimating the role of philosophy one can trace its indirect influence through Arthur Eddington’s whimsical philosophy of science grounded on Hermann Weyl’s quasi-Husserlian epistemology. The basic stages of realization of Dirac’s research programme are elicited with a special emphasis on the crossbred (dual) objects’ construction.

**Keywords:** quantum mechanics, special relativity, synthesis, general relativity, P. Dirac, A. Eddington